

**ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ
ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 1 ΙΟΥΝΙΟΥ 2002
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ : ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)**

ΘΕΜΑ 1ο

A1. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν τραπεζίου ισούται με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεων του επί το ύψος του.

Μονάδες 10

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη "**Σωστό**" ή "**Λάθος**" δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Το P είναι εξωτερικό σημείο του κύκλου (O,R), αν και μόνο αν $\Delta_{(O,R)}^P > 0$, όπου $\Delta_{(O,R)}^P$ η δύναμη του σημείου P ως προς τον κύκλο (O,R).

Μονάδα 1

β. Σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η ισοδυναμία:

$$\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2, \text{ αν και μόνο αν } \hat{A} < 90^\circ.$$

Μονάδα 1

γ. Το εμβαδόν E κάθε τριγώνου ABΓ δίνεται από τον τύπο $E = \frac{1}{2} \alpha \beta \eta \mu B$.

Μονάδα 1

δ. Σε κύκλο (O, R), το εμβαδόν E κυκλικού τομέα μ° δίνεται από τον τύπο $E = \frac{\pi R^2 \mu}{180}$.

Μονάδα 1

ε. Το 1ο θεώρημα των διαμέσων σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ εκφράζεται από τον τύπο: $\beta^2 + \gamma^2 = 2\alpha^2 + \frac{\mu_\alpha^2}{2}$.

Μονάδα 1

Β. α. Να εγγραφεί κανονικό εξάγωνο σε κύκλο (Ο, R) και να αποδείξετε ότι $\lambda_6 = R$, όπου λ_6 η πλευρά του εξαγώνου.

Μονάδες 6

β. Να αποδείξετε ότι $\alpha_6 = \frac{R\sqrt{3}}{2}$, όπου α_6 το απόστημα του εξαγώνου.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ και διάμεσο $AM = \mu_\alpha$. Αν ισχύει η σχέση $2\mu_\alpha^2 - \beta\gamma = \frac{\alpha^2}{2}$,

α. να αποδείξετε ότι $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - \beta\gamma$,

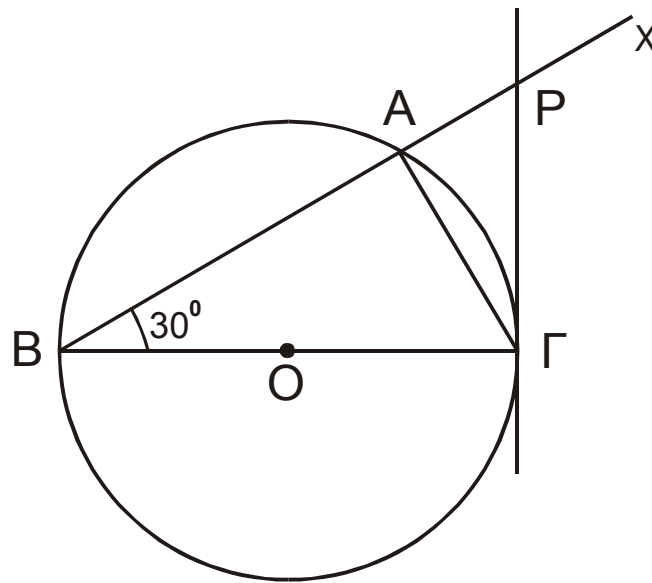
Μονάδες 15

β. να υπολογιστεί η γωνία $\hat{A}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3ο

Στο σχήμα που ακολουθεί, δίνεται κύκλος (Ο, R) διαμέτρου ΒΓ και ημιευθεία Βx τέτοια, ώστε η γωνία ΓΒx να είναι 30°. Έστω ότι η Βx τέμνει τον κύκλο στο σημείο Α. Φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου στο Γ, η οποία τέμνει τη Βx στο σημείο Ρ.



Να αποδείξετε ότι:

α. $AG = R$.

Μονάδες 5

β. $\frac{(PB\Gamma)}{(PA\Gamma)} = 4$.

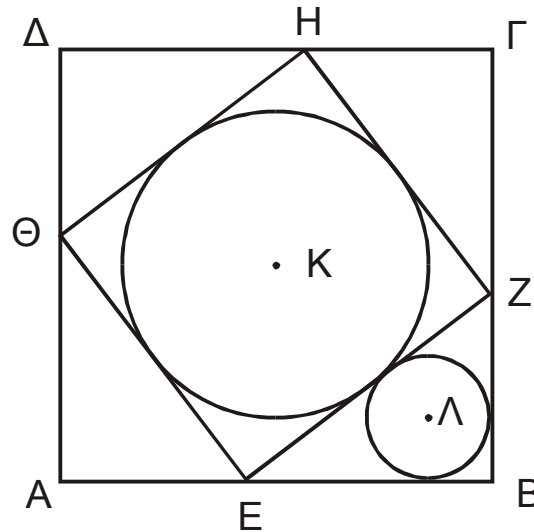
Μονάδες 10

γ. $P\Gamma = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

Στο σχήμα που ακολουθεί, σε τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ πλευράς 7 cm, εγγράφουμε τετράγωνο $EZH\Theta$ έτσι, ώστε:
 $AE = BZ = \Gamma H = \Delta\Theta = 3$ cm.



α. Να βρεθεί το εμβαδόν του τετραγώνου EZHΘ.

Μονάδες 5

β. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου EBZ και να αποδείξετε ότι η ακτίνα του εγγεγραμμένου κύκλου (Λ, ρ) στο τρίγωνο EBZ είναι $\rho = 1\text{cm}$.

Μονάδες 12

γ. Εάν (K, R) είναι ο εγγεγραμμένος κύκλος στο τετράγωνο EZHΘ, να υπολογίσετε το λόγο του εμβαδού του κύκλου (K, R) προς το εμβαδόν του κύκλου (Λ, ρ).

Μονάδες 8

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο. Τα σχήματα που θα χρησιμοποιήσετε στο τετράδιο μπορούν να γίνουν και με μολύβι.

2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία και θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μιάμιση (1 1/2) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ